

2017-2018 四川省特岗教师招聘考试

《数学》试卷及解析

重要提示：

为了保护个人权益，确保考试的公平公正，请您协助我们监督考试实施工作。

本场考试规定：监考老师要向本考场全体考生展示题本密封情况，并邀请2名考生代表验封签字后，方能开启试卷袋。

2017 年四川省特岗教师招聘考试试卷

《数学》真题

一、单项选择题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()。

- A. \emptyset B. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- C. $\{0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 函数 $y = \frac{\ln x}{x-1}$ 的定义域是 ()。

- A. $(0, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$
- C. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

3. 设 i 为虚数单位, 则复数 $i(2+i) =$ ()。

- A. $-1+2i$ B. $1+2i$
- C. $-1-2i$ D. $1-2i$

4. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $a_3+a_7=8$, 则 $a_5 =$ ()。

- A. 3 B. 4
- C. 5 D. 8

5. 函数 $f(x) = \sin x \cos x$ 是 ()。

- A. 最小正周期为 π 的奇函数
- B. 最小正周期是 π 的偶函数
- C. 最小正周期为 2π 的奇函数
- D. 最小正周期为 2π 的偶函数

6. 经过圆 $x^2+y^2-4y=0$ 的圆心, 且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线方程是 ()。

- A. $x-y-2=0$ B. $x-y+2=0$
- C. $x+y-2=0$ D. $x+y+2=0$

7. 掷两颗均匀的骰子, 点数和为 7 的概率为 ()。

- A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{12}$
- C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

8. 已知变量 x 与 y 正相关, 变量 y, z 满足 $z=-0.3y+2$, 则 ()。

- A. x 与 z 正相关, y 与 z 正相关
- B. x 与 z 正相关, y 与 z 负相关
- C. x 与 z 负相关, y 与 z 正相关

D. x 与 z 负相关, y 与 z 负相关

9. 某圆锥的侧视图是为边长为 2 的正三角形, 则该圆锥的体积为 ()。

A. 2π

B. $\sqrt{3}\pi$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

D. $\frac{2}{3}\pi$

10. 已知 a, b, c 为实数, 那么 $a > b$ 是 $ac^2 > bc^2$ 的 ()。

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

11. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 1 \leq x+y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 4x + 2y$ 最大值为 ()。

A. 4

B. 8

C. 10

D. 12

12. 若 $\log_3(4a+b) = 2\log_3\sqrt{ab}$, 则 $a+b$ 最小值是 ()。

A. 10

B. 9

C. 8

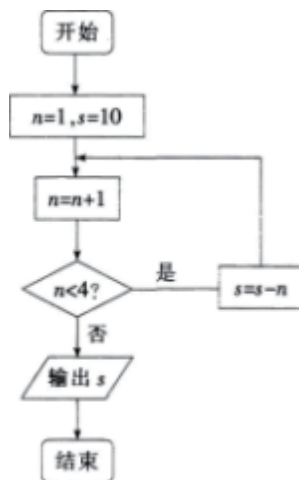
D. 6

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. 若平面向量 $a = (3, 2)$, $b = (-1, 2)$, 则 $a \cdot b =$ _____。

14. 某校高一至高三人数分别为 560, 490, 630, 调查对某文学关注度, 再用分层抽样的方法从中抽取样本, 若样品数中高二人数为 7, 则样品容量为_____。

15. 执行如图所示框图, 则输出 $s =$ _____。



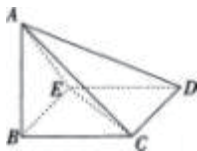
16. 已知 $\sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{6} + 2\theta) =$ ()。

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 共 40 分)

17. 已知在各项为正的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 + a_3 = 6$

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
 (2) 已知数列 $\{a_n\}$ 的 n 项和为 S_n ，求数列 $\{\log_2(S_n + 1)\}$ 的前 n 项和。

18. 如图在四棱锥 $A-BCDE$ 中，底面 $BCDE$ 为菱形， $AB \perp$ 平面 $BCDE$ ， $AB=BC=BE=CE=2$ 。



- (1) 求证： $CE \perp AD$ ；
 (2) 求三棱锥 $D-ACE$ 的体积。

19. 锐角三角形的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\sqrt{3}b = 2a \sin B$ 。

- (1) 求 A ；
 (2) 若 $a = \sqrt{7}$ ， $b+c=5$ 。求三角形 ABC 的面积。

20. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$ ， F_1, F_2 分别为该椭圆的左右焦点，过 F_2 且与 x 轴垂直的直

线与椭圆 C 交于

M, N 两点， $|MN|=3$ ，

- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
 (2) 若 A 点的坐标为 $(1, \sqrt{5})$ ， P 为椭圆上任意一点，求 $|PA| + |PF_2|$ 得取值范围。

21. 已知函数 $f(x) = a^2 \ln x - x^2 + ax$ ，其中 $a > 0$

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；
 (2) 当 $x \in [1, e]$ 时 (e 为自然对数的底数)，求当满足 $f(x) \leq e^2$ 的 a 的取值范围。

2018年四川省特岗教师招聘考试试卷

《数学》真题

一、单项选择题。下列各题备选答案中只有一项符合题意,请将其选出。(共12小题,每小题4分,共48分)

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x \geq 0\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()。

A. \emptyset

B. $\{-1\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数为奇函数的是 ()。

A. $y = \cos x$

B. $y = x^2$

C. $y = \ln x + x$

D. $\frac{1}{x}$

3. 设 i 为虚数单位, 则复数 $=$ ()。

A. $-1-i$

B. $1-i$

C. $-1+i$

D. $1+i$

4. 为了解某地区中小学生的诗词量, 从该地区中小学中抽取部分学生进行调查, 事先已经了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生诗词量差异较大, 男女诗词量差异不大。下面的抽样方法中, 最适合的是 ()。

A. 简单随机抽样

B. 按性别分层抽样

C. 按学段分层抽样

D. 系统抽样

5. 已知在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 \cdot a_4 = 256$, 则 $a_4 =$ ()

A. 8

B. 16

C. 32

D. 256

6. 若一个几何体的三视图都是三角形, 则该几何体是 ()。

A. 圆锥 B. 圆台 C. 三棱锥

D. 三棱台

7. 某筒羽毛球有 5 个球, 其中有 2 个不合格, 其余均合格。那么从中随机抽出 2 个球, 抽到羽毛球均合格的概率为 ()。

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{61}{10}$

D. $\frac{7}{10}$

8. 若直线 $x+y-2=0$ 与圆 $x^2 + (y-a)^2 = 2$ 相交, 则实数 a 的取值范围是 ()。

A. $\langle 0, 4 \rangle$

B. $(0, 4)$

C. $(-\infty, 4)$ D. $(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$

9. 函数 $f(x) = \sin 2x \cos^2 x - \sin^2 x$ () 是 ()。

A. 最小正周期为 π 的奇函数 B. 最小正周期为 π 的偶函数
C. 最小正周期为 2π 的奇函数 D. 最小正周期为 2π 的偶函数

10. 设 $a, b \in \mathbb{R}$ 则 “ $a=2$ ” 是 “直线 $x+2y-b=0$ 与直线 $x+ay+3=0$ 平行” 的 ()。

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

11. 设 $x, y \in \mathbb{R}$, $a > 1, b > 1$, 若 $a^x = b^y = 2$, $a+b = 2\sqrt{2}$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最大值为 ()。

A. 8 B. 3
C. 2 D. 1

12. 营养学家指出, 成人良好的日常饮食应该至少提供 0.075kg 的碳水化合物, 0.06kg 的蛋白质, 0.06kg 的脂肪。1kg 食物 A 含有 0.105kg 的碳水化合物, 0.07kg 的蛋白质, 0.14kg 的脂肪, 花费 28 元, 而 1kg 食物 B 含有 0.105kg 碳水化合物, 0.14kg 的蛋白质, 0.07kg 的脂肪, 花费 21 元。为了满足营养学家指出的日常饮食要求, 最低需要花费的成本为 ()。

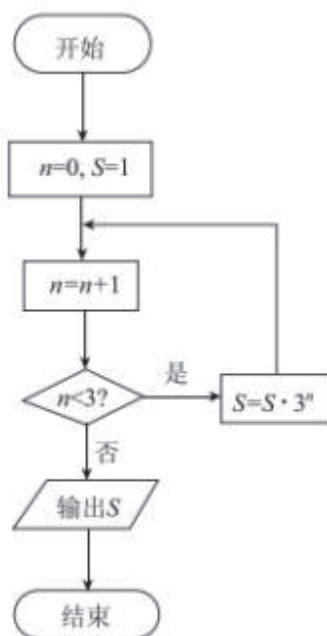
A. 14 元 B. 16 元
C. 19 元 D. 20 元

二、填空题。根据题干内容, 在横线中填写正确答案。(共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 若平面向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (-1, 3)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____。

14. $\log_2 4 - 2 \log_9 3 =$ _____。

15. 程序如图所示, $S =$ _____。



16. $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = -3$, 则 $\tan 2\theta =$ _____。

三、解答题。根据题目要求，回答问题。（共 5 小题，第 17-20 题每题 7 分，第 21 题 8 分，共 36 分）

17. 等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = 6, a_2 + a_4 = 10$ 。

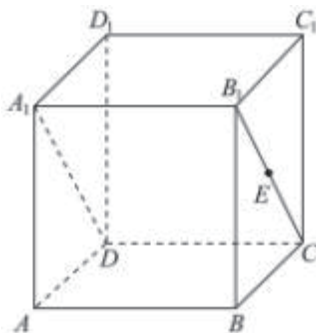
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n ，若 a_1, a_k, a_{k+4} ($k \in \mathbb{N}^+$) 成等比数列，求 k 的值。

18. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E 为 B_1C 上一点

(1) 若 E 为 B_1C 线段的中点，求证： $A_1D \perp$ 平面 AED_1 ；

(2) 求三棱锥 $A-DED_1$ 的体积。



19. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $\sin(B-C) + 2\sin C \cos B - 2\sin B = 0$

(1) 求 $\frac{a}{b}$ 的值；

(2) 已知 $b=1, \sin B = \frac{\sqrt{15}}{8}$, 求 c。

20. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$, 其准线 l 过点 $(-1, 2)$, 焦点为 F。

(1) 求抛物线 C 的准线方程；

(2) 点 $P(x_0, y_0)$ 在抛物线 C 上, 且以点 F 为圆心, 以 $|FP|$ 为半径的圆与直线 l 相切, 求点 P 的坐标。

21. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - 2$, 其中 $a > 0, e = 2.71828 \dots$ 为自然对数的底数。

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2) 是否存在 a, 使得 $f(x) > -1$ 在 $x \in \mathbb{R}$ 上恒成立? 若不存在, 请说明理由; 若存在, 求出 a 的取值范围。

2017年四川省特岗教师招聘考试试卷

《数学》（真题解析）

1. 两集合的交集即两集合的共同元素，故 $A \cap B = \{0, 1\}$ 。

2. 分母不为零， $x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ ，对数函数 $\ln x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，综上 $\in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ 。

3. $i(2+i) = 2i+i^2 = -1+2i$ 。

4. $\{a_n\}$ 为等差数列，则 $a_3+a_7=2a_5=8$ ，故 $a_5=4$ 。

5. 解析： $f(x) = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ 为奇函数，最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

6. 圆 $x^2+y^2-4y=0$ 化为标准方程 $x^2+(y-2)^2=4$ ，圆心坐标为 $(0, 2)$ ；直线与 $x+y=0$ 垂直，即斜率为 1，又过点 $(0, 2)$ ，则直线的方程为 $x-y+2=0$ 。

7. 事件是抛掷两颗骰子，共有 $6 \times 6 = 36$ 种结果，满足点数和为 7 的事件可列举为 $(1, 6)$ $(2, 5)$ $(3, 4)$ $(4, 3)$ $(5, 2)$ $(6, 1)$ ，共有 6 种结果，所以出现点数和为 7 的概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 。

8. z 是关于 y 的减函数，即 z 与 y 负相关；由于 x 与 y 正相关，所以 x 与 z 负相关。

9. 如图，母线为 2，底面直径为 2，容易得出底面半径为 1，圆锥的高为 $\sqrt{3}$ ，于是圆锥的体积为 $\frac{1}{3} \pi \times 1^2 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi$ 。

10. 由 $ac^2 > bc^2$ 可知 $c \neq 0$ ，故可以推出 $a > b$ ； $a > b$ 在 $c=0$ 时，不能推出 $ac^2 > bc^2$ ，所以 $a > b$ 是 $ac^2 > bc^2$ 的必要不充分条件。

11. 可行域范围如图所示，由图可知目标函数 $z=4x+2y$ 在点 $(2, 1)$ 取得最大值， $z_{\max}=10$ 。

12. 解析：由 $\log_3(4a+b) = 2 \log_3 \sqrt{ab}$ 可知，即 $4a+b=ab$ ，即 $\frac{4a+b}{ab} = \frac{4}{b} + \frac{1}{a} = 1$ 。 $a+b=(a+b) \left(\frac{4}{b} + \frac{1}{a}\right) = 5 + \frac{4a}{b} + \frac{b}{a} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{4a}{b} \cdot \frac{b}{a}} = 9$ ，当且仅当 $\frac{4a}{b} = \frac{b}{a}$ 时取得最小值，最小值为 9。

13. 【答案】1。解析： $a \cdot b = 3x(-1) + 2 \times 2 = 1$ 。

14. 【答案】24。解析：设总共要抽取的样本量为 x ，则 $\frac{7}{490} = \frac{x}{560+490+630}$ ，解得 $x=24$ 。

15. 【答案】5。解析：输入 $n=1$ ， $s=10$ 进入第一次循环， $n=n+1=2 < 4$ ，则 $s=s-n=8$ ；进入第二次循环， $n=n+1=3 < 4$ ，则 $s=s-n=5$ ；进入到第三次， $n=n+1=4$ ，此时输出 $s=5$ 。

16. 【答案】 $\frac{1}{3}$ 。解析： $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2\theta\right) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - (2\theta - \frac{\pi}{3})\right] = \cos\left[2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)\right] = 1 - 2\sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$

17. (1) $a_1=1$, 所以 $a_2+a_3=a_1q+a_1q^2=q+q^2=6$, 解得 $q=-3$ 或 $q=2$, 因为 $\{a_n\}$ 各项为正, 故 $q>0$, 所以 $q=2$, 则等比数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^{n-1}$ 。

(2) 等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n=\frac{(1-q^n)}{1-q}=2^n-1$, 则 $\log_2(s_n+1)=\log_2(2^n-1+1)=n$, 故数列

$[\log_2(s_n+1)]$ 的前 n 项和为 $\frac{n(n+1)}{2}$

18. (1) 连接 BD , \because 底面 $BCDE$ 为菱形, $\therefore BD \perp CE$,

又 $\because AB \perp$ 面 $BCDE$, CE 在平面 $BCDE$ 内, $\therefore AB \perp CE$,

$\therefore CE \perp$ 面 ABD , $\because AD$ 在平面 ABD 内,

$\therefore CE \perp AD$ 。

(2) \because 底面 $BCDE$ 为菱形, $BC=BE=CE=2$,

$\therefore DE=CD=2$ 。

$\therefore \triangle CDE$ 为边长为 2 的等边三角形,

$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}=\sqrt{3}$ 。

故 $V_{D-ACE}=V_{A-CDE}=\frac{1}{3} S_{\triangle CDE} \times AB=\frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

19. (1) 由正弦定理得 $b \sin A = a \sin B$, 又因为 $\sqrt{3}b = 2a \sin B$, 所以 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 又因为 $\triangle ABC$ 为锐角

三角形, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$

(2) 由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc \cos A$ 得, $7=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$, 又 $b+c=5$, 故 $bc=6$ 。

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2} bc \sin A=\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

20. (1) 由题干可知, MN 为椭圆的通径, $MN=\frac{2b^2}{a}=3$, 则 $a=2$, 故椭圆的 C 的标准方程为

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1。$$

(2) 椭圆的 C 的左右焦点分别为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$

①如图 1, 点 A 和 F_2 均为定点, 当点 P 在线段 AF_2 上时, $|PA| + |PF_2|$ 取最小值, 此时

$$|PA| + |PF_2| = |AF_2| = \sqrt{5};$$

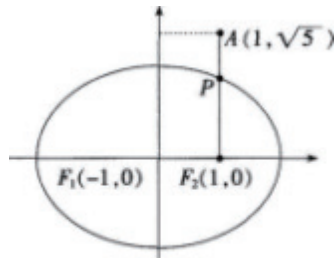


图 1

②如图 2, $|PA| + |PF_2| = |PA| + (2a - |PF_1|) = 2a + (|PA| - |PF_1|)$, 若 P, F_1, A 三点不共线, 在 $\triangle PF_1A$ 中, $|PA| - |PF_1| < |AF_1|$ 恒成立, 若 P, F_1, A 三点共线, 如图 3 所示, $|PA| - |PF_1| = |AF_1|$, 此时 $|PA| - |PF_1|$ 最大, 最大值为 $|F_1A|$, 故 $|PA| + |PF_2|$ 取最大值时, $|PA| + |PF_2| = 2a + |AF_1| = 4 + 3 = 7$.

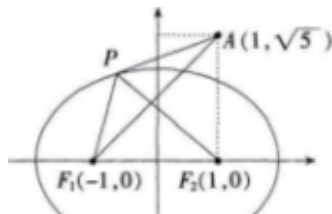


图 2

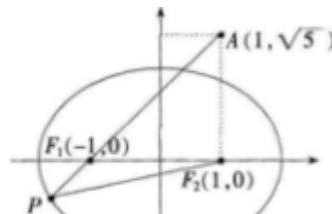


图 3

综上所述, $|PA| + |PF_2|$ 的取值范围是 $[\sqrt{5}, 7]$

21. (1) 由已知得 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 则 $f'(x) = \frac{a^2}{x} - 2x + a = \frac{-2x^2 + ax + a^2}{x}$, 令

$f'(x) = 0$, 即 $-2x^2 + ax + a^2 = 0$, 解得 $x = -\frac{1}{2}a < 0$ (舍去), $x = a$, 于是有

x	$(0, a)$	a	$(a, +\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	
$f(x)$	\nearrow	$a^2 \ln a$	\searrow

所以 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 上单调递增, 在 $(a, +\infty)$ 上单调递减。

(2) $f(1) = a - 1$, $f(e) = a^2 - e^2 + ae$;

①当 $0 < a < 1$ 时 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递减, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得最大值, 若 $f(x) \leq e^2$, 则 $f(1) \leq e^2$, 即 $a - 1 \leq e^2$, 所以 $0 < a < 1$;

②当 $a \in [1, e]$ 时, $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得最大值, 若 $f(x) \leq e^2$, 则 $f(a) = a^2 \ln a \leq e^2$,

设函数 $g(a) = a^2 \ln a$, $g'(a) = 2a \ln a + a$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 恒大于零, 所以 $g(a)$ 单调递增, 所以在 $a \in [1, e]$ 时, $g(a) \max = g(e) \leq e^2$, $g(a) \leq e^2$ 恒成立, 所以 $1 \leq a \leq e$; ③当 $a > e$ 时, $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递增, $f(x)$ 在 $x=e$ 处取得最大值, 若 $f(x) \leq e^2$, 则 $f(e) = a^2 - e^2 + ae \leq e^2$, 解得 $-2e \leq a \leq e$. 故 a 不存在。

综上, 当 $0 < a \leq e$ 时, $f(x)$ 在 $[1, e]$ 恒有, $f(x) \leq e^2$ 。

2018 年四川省特岗教师招聘考试试卷

《数学》（真题解析）

1. 本题考查的是集合的运算的相关知识。集合 A 中 4 个元素大于或等于 0 的有 3 个，分别是 0, 1, 2, 所以 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ 。故正确答案为 D。

2. 本题考查的是函数的奇偶性的相关知识。奇函数满足定义域关于原点对称且 $f(-x) = -f(x)$, D 项符合题意。A、B 两项：定义域关于原点对称，满足 $f(x) = f(-x)$ 故其为偶函数，不符合题意。C 项：定义域为 $x > 0$ ，故该函数既非奇函数又非偶函数，不符合题意。故正确答案为 D。

3. 本题考查的是复数的运算的相关知识。 $\frac{1-i}{i} = \frac{(1-i)i}{i^2} = -i-1$ 。故正确答案为 A。

4. 本题考查的是抽样方法的相关知识。当总体由差异明显的几部分组成时，选择分层抽样的方法。该地区小学、初中、高中三个学段学生诗词量差异较大，男女诗词量差异不大，所以应该按学段分层抽样。故正确答案为 C。

5. 本题考查的是等比数列的相关知识。由等比数列的性质可知 $a_4^2 = a_7 \cdot a_1 = 256$ ，又因为数 $\{a_n\}$ 为正项等比数列，所以 $a_4 = 16$ 。故正确答案为 B。

6. 本题考查的是三视图的相关知识。

A 项：圆锥的俯视图是圆，中间有一个点。与题干不符，排除。

B 项：圆台的俯视图是同心圆，主视图、侧视图均是四边形。与题干不符，排除。

C 项：三棱锥的三视图都是三角形。与题干相符，当选。

D 项：三棱台的主视图、侧视图均是四边形，俯视图是三角形及里面有一个小三角形。与题干不符，排除。故正确答案为 C。

7. 本题考查的是古典概型求概率的相关知识。抽到 2 个球均合格的概率是 $\frac{C_2^3}{C_2^5} = \frac{3}{10}$ 。故正确答案为 B。

案为 B。

8. 本题考查的是直线与圆的关系的相关知识。圆 $x^2 + (y-a)^2 = 2$ 的圆心为 $(0, a)$ ，半径为 $\sqrt{2}$ 。由于直线 $x+y-2=0$ 与圆 $x^2 + (y-a)^2 = 2$ 相交，所以圆心 $(0, a)$ 到直线 $x+y-2=0$ 的距离小于 $\sqrt{2}$ ，即 $\frac{|0+a-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} < \sqrt{2}$ ，故实数 a 的取值范围是 $(0, 4)$ 。故正确答案为 B。

9. 本题考查的是三角函数的相关知识。 $f(x) = \sin 2x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$ ，则函数

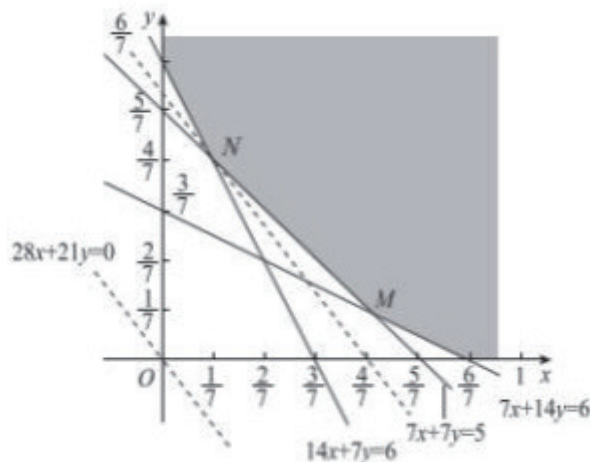
的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{1\pi}{2}$ ，由于函数的定义域是 \mathbb{R} 且满足 $f(-x) = -f(x)$ ，故 $f(x)$ 是奇函数。故正确答案为 A。

10. 本题考查的是简易逻辑的相关知识。直线 $x+2y-b=0$ 与直线 $x+ay+3=0$ 平行，则有 $a=2$ 且 $b \neq -3$ 。“直线 $x+2y-b=0$ 与直线 $x+ay+3=0$ 平行”能够推出“ $a=2$ ”，但“ $a=2$ ”不能推出“直线 $x+2y-b=0$ 与直线 $x+y+3=0$ 平行”，所以“ $a=2$ ”是“直线 $x+2y-b=0$ 与直线 $x+ay+3=0$ 平行”的必要不充分条件。故正确答案为 B。

11. 本题考查的是均值不等式的相关知识。由于 $a>1, b>1$ ，所以 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ，所以 $2\sqrt{2} \geq 2\sqrt{ab}$ ，即 $ab \leq 2$ 。由于 $a^x = b^y = 2$ ，则 $x = \log_a 2, y = \log_b 2$ ，故 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \log_2 a + \log_2 b = \log_2 ab \leq 1$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最大值为 1。故正确答案为 D。

12. 本题考查的是线性规划的相关知识。设为了满足营养学家指出的日常饮食要求，需要 x kg 食物 A， y kg 食物 B，由题意得 $\begin{cases} 0.105x+0.105y \geq 0.075 \\ 0.07x+0.14y \geq 0.06 \\ 0.14x+0.07y \geq 0.06 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 等价于 $\begin{cases} 7x+7y \geq 5 \\ 7x+14y \geq 6 \\ 14x+7y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 目标函数为 $z=28x+21y$ ，可行域如图

所示，M 点坐标为 $(\frac{4}{7}, \frac{1}{7})$ ，N 点坐标为 $(\frac{1}{7}, \frac{4}{7})$ 。该目标函数的最小值在 N 点处取得，最小值为 $z_{\min} = 28 \times \frac{1}{7} + 21 \times \frac{4}{7} = 16$ 。



故正确答案为 B。

13. 本题考查的是向量的相关知识。因为 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，所以 $m \times (-1) + 1 \times 3 = 0$ ，解得 $m=3$ 。故正确答案为 3。

14. 本题考查的是对数运算的相关知识。 $\log_2 4 - 2 \log_9 3 = 2 - 2 \times \frac{1}{2} = 1$ 。故正确答案为 1。

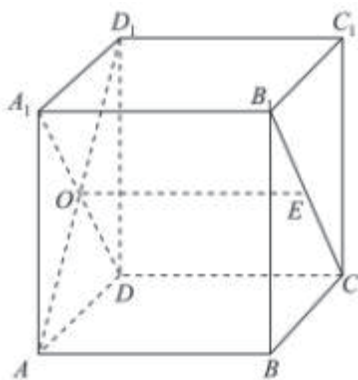
15. 本题考查的是算法的相关知识。输入 $n=0, S=1$, 进入第一次循环 $n=n+1 < 3$, 则 $S=S \cdot 3^1 = 3$; 进入第二次循环, $n=n+1=2 < 3$, 则 $S=S \cdot 3^2 = 27$; 进入第三次循环, $n=n+1=3$, 此时输出 S , 故 $S=27$ 。故正确答案为 27。

16. $\frac{4}{3}$

17. 【解】(1) $\{a_n\}$ 为等差数列, 由 $a_1 + a_3 = 6, a_2 + a_4 = 10$, 可得 $2a_2 = 6, 2a_3 = 10$ 。所以 $d = a_3 - a_2 = 2$, 则 $a_1 = a_2 - d = 1$, 故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n - 1$ 。

(2) 数列 $\{s_n\}$ 的前 n 项和 $s_n = \frac{n(1+2n-1)}{2} = n^2$, 由于 a_1, a_k, a_{k+4} 成等比数列, 所以 $a_k^2 = a_1 \cdot s_{k+4}$, 所以 $(2k-1)^2 = 1 \times (k+4)^2$, 解得 $k=5$ 或 $k=-1$ (舍去)。

18. 【解】(1) 证明: 连接 AD_1 交 A_1D 于点 O , 连接 OE 。因为 $ODEC$, 所以四边形 $OECD$ 为平行四边形, 所以 $OE \parallel CD$ 。因为 $CD \perp ADD_1$ 平面, 所以 $OE \perp ADD_1$ 平面, 所以 $A_1D \perp OE$ 。由于四边形是正方形, 所以 $AD \perp A_1D$, 又 AD_1 交 OE 于点 O 所以 $AD_1 \perp AED_1$ 平面。



(2) $V_{A-DED_1} = V_{E-ADD_1} = \frac{1}{3} S_{\Delta ADD_1} \cdot OE = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1 = \frac{1}{6}$ 。

19. 【解】(1) $\sin(B-C) + 2\sin C \cos B - 2\sin B = \sin(B+C) - 2\sin B = \sin A - 2\sin B = 0$ 。由正弦定理可知, $\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} = 2$ 。

(2) 由 (1) 可知, $a=2b=2$, 根据大角对大边, 可知 $\angle B < \angle A$, 则 $\angle B$ 一定是锐角, 又 $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{8}$, 所以 $\cos B = \frac{7}{8}$ 。由余弦定理可知 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + c^2 - 1}{2 \cdot 2c} = \frac{7}{8}$, 解得 $c=2$ 或 $c=\frac{3}{2}$ 。

20. 【解】(1) 抛物线 C 的准线方程为 $x = -\frac{p}{2}$, 因为准线 l 过点 $(-1, 2)$, 所以 $-\frac{p}{2} = -1$, 得 $p=2$, 则抛物线 C 的准线方程为 $x=-1$ 。

方法一：抛物线 C 的焦点 F 的坐标为 (1, 0)，直线 l 的方程为 $x=-1$ ，由此可知，以 FP 为半径的圆的半径为 2，则该圆的标准方程为 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ ，联立方程 $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ ，所以点 P 的坐标为 (1, 2) 或 (1, -2)。

方法二：由以 |FP| 为半径的圆与直线 l 相切可知，圆的半径 |FP|=2，又点 P 在抛物线 C 上，根据抛物线的定义可知，|FP|=x₀+1，所以 x=1，代入抛物线方程 $y^2 = 4x$ ，可得点 P 的坐标为 (1, 2) 或 (1, -2)。

21.【解】(1) 由 $f(x) = e^x - ax - 2$ ，得 $f'(x) = e^x - a$ ，令 $f'(x) = 0$ ，得 $x = \ln a$ ，当 $x \in (-\infty, \ln a)$ 时， $f'(x) < 0$ ，此时函数 $f(x)$ 单调递减；当 $x \in (\ln a, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$ ，此时函数 $f(x)$ 单调递增。

(2) 因为 $f(x) > -1$ ，所以 $e^x - ax - 1 > 0$ ，构造函数 $g(x) = e^x - ax - 1$ ，由 (1) 易知，当 $x = \ln a$ 时， $g(x)$ 取得最小值，原问题转化为证明 $g(\ln a)$ 在定义域内恒大于 0 即可。又 $g(\ln a) = a - a \ln a - 1$ ，构造函数 $h(a) = a - a \ln a - 1$ ，有 $h'(a) = 1 - \ln a$ ，令 $h'(a) = 0$ ，解得 $a = 1$ 。当 $0 < a < 1$ 时， $h'(a) > 0$ ， $h(a)$ 单调递增；当 $a > 1$ 时， $h'(a) < 0$ ， $h(a)$ 单调递减。故 $h(a)$ 在 $a = 1$ 处取最大值，所以对任意 $a > 0$ 都有 $h(a) \leq h(1) = 0$ ，即 $g(\ln a) \leq 0$ 。故不存在 a ，使得 $f(x) > -1$ 在 $x \in \mathbb{R}$ 上恒成立。

